

A kutatás eredményei

A program célja algebrai struktúrák kohomológia- és deformációelmélete, ill. a struktúrák egymáshoz való kapcsolatának kutatása, ill. az egyetemi oktatásban való hasznosítása.

A pályázat első évében tartottam a Doktori Iskola keretében előadást matematikus és fizikus hallgatóknak Lie-algebrák témában. Egy matematikus BSc hallgatóm Leibniz-algebrákból írta sikeres szakdolgozatát. Munkáját tovább folytatja velem, jövőre egy TDK dolgozatot akar beadni, ill. a tavaszi félévben egy közös cikket szándékozunk írni az új eredményekből.

Saját kutatásomban számos jelentős eredményt értem el az elmúlt négy évben. Különböző algebrai struktúrákat vizsgáltam, ezek kohomológia- ill. deformációit számoltam ki, és vontam párhuzamot az egyes kategóriák között. Eredményeimet vezető szakmai folyóiratokban publikáltam, ill. számos konferencián ismertettem. A megjelent és elfogadott cikkeim száma a futamidő alatt 10, valamint további 2 cikket adtam le közlésre.

1. Korábbi eredményeim felhasználásával Wagemann kollégámmal kiszámítottuk a Connes-Moscovici Hopf algebra asszociatív deformációit. Ez az első eredmény az irodalomban, ami ennek az algebrának az asszociatív struktúráját vizsgálja. Eddig csak Hopf- algebraként vizsgálták. Eredményünkkel az algebra egy fontos új invariánsát találtuk meg. A számoláshoz az eddigi eredményeim mellett felhasználtuk a Feigin-Fuchs spektrális sorozatot. Cikkünk a Journal of Algebra szaklapban jelent meg.
2. Algebrai struktúrák kiterjesztése fontos és nehéz probléma minden konkrét struktúra esetén. Penkava kollégámmal a kérdést modern alapokra helyezve egy alkalmas koalgebra kodifferenciáljaként értelmeztük az adott struktúrát. Ez megkönnyítette a szükséges kohomológia vizsgálatot, ill. a deformációk áttekinthetőbbé váltak. A kérdést (szuper) Lie-algebrák és asszociatív algebrák esetén válaszoltuk meg, amiből két cikk született, mindkettő meg is jelent.
3. Szintén Penkava kollégámmal teljes képet adtunk a komplex 3-dimenziós asszociatív algebrák deformációiról. Ezek modulustere érdekes geometriai struktúrát mutat: orbifoldok stratifikációja, amelyeket ugró deformációk kötnek össze. Ez a cikkünk is megjelent.
4. A négydimenziós egységelemes asszociatív algebrák osztályozása kb. 140 évvel ezelőttre nyúlik vissza. A teljes osztályozás azonban sokáig váratott magára, bár többen próbálkoztak az utóbbi évtizedekben. Penkava kollégámmal sikerült teljes képet adnunk, beleértve a nemegységelemes algebrákat is. Megadtuk az összes algebra defomációját. Az egyik cikkünk már megjelent, a másikat, a nilpotens algebrákat a legbonyolultabb) elküldtük egy folyóiratnak.
5. Az asszociatív algebrák alaptétele eddig csak Z -graduált esetben volt ismert. A Z_2 -graduált esetben módosítani kell a tételt. Ennek bizonyítását tartalmazza egy másik cikk, amit Penkavával és egy kollégájával együtt írtunk. Ez a cikk is megjelent.

6. Az utóbbi években kezdtem Leibniz-algebrákkal foglalkozni. Ezek a Lie-algebrák általánosításai, és igen fontosak a matematikai fizikában. Elméletük csak részben kidolgozott, sok nyitott kérdés vár megoldásra. Egy természetes kérdés: egy adott Lie-algebrának milyen esetben nincs nem Lie kociklusa, és deformációja (hiszen a Leibniz kohomológia általában nagyobb dimenziós). Ezt a kérdést vizsgáltuk Mandal és Magnin kollégámmal, és többek között megkaptuk, hogy ha a Lie-algebra centruma triviális, akkor nincs az algebrának nem Lie deformációja. Ez a cikk is megjelent a Journal of Algebra szaklapban. Azóta is tovább foglalkozunk a témával, próbálunk szükséges és elegendő feltételt találni.
7. Egy másik cikkemet orosz kollégákkal írtam Leibniz-algebrákról, amelyben a nilpotens Leibniz-algebra egy általános szükséges feltételét adjuk meg. Kiderült, hogy a Lie-algebrákra megfogalmazott jellemzés nem elég általános ahhoz, hogy alkalmazni lehetne Leibniz-algebrákra, de egy más megfogalmazásban kimondtuk Leibniz-algebrákra, és az új feltétel speciális esetként a Lie-algebrákra is jó. Ez a cikkünk is megjelent.
8. Tavalgy Mulhouseban egy nemzetközi konferencián a Leibniz-algebrákkal kapcsolatos eredményeimről tartottam előadást, amiből írt cikkem megjelent a konferencia Proceedings-jében a Springer kiadónál.
9. Régi eredményem, hogy a Witt és Virasoro algebra formálisan merev, mert kétdimenziós, adjungált reprezentáció együtthatós kohomológiájuk triviális. Ennek most egy újabb, elemi bizonyítását adtam. A cikk a Journal of Math. Physics szaklapban jelent meg.
10. Az operádok elmélete új fejezet a matematikában. Általános elmélet, ami magában foglal sok algebrai struktúrát. Előnye, hogy a lényeg így jobban áttekinthető, kezelhető. Jeles szakemberek, mint Loday, Ginzburg, Kapranov, Kontsevich, Soibelman, Getzler, Jones tettek hozzá az utóbbi évtizedekben az elmülethez. Mukherjee és Naolekar indiai kollégáimmal kidolgoztuk a kvadratikus operádok feletti algebrák verzális deformációelméletét, ahol a paraméterter egy kommutatív lokális algebra. A cikket a napokban fogadták el a Homology, Homotopy and Appl. folyóiratban.
11. Idén nyáron Moszkvában a Buchstaber professzor 70. születésnapjára rendezett konferencián előadásomban az algebrai és analitikus deformációelmélet fogalmait hasonlítottam össze, konkrétan Arnold definícióját követve. Az előadásomon alapuló cikket elküldtem a Steklov Intézetbe publikálásra.
12. 2011 szeptemberben én szerveztem Oberwolfachban a „Deformation methods in mathematics and physics” nemzetközi konferenciát, Martin Schlichenmaierrel és Jürg Fröhlich-hel együtt. A konferencia résztvevőinek a fele fizikus volt, és igen hasznos párbeszéd alakult ki a két „tábor” között. Sok fogalom tisztázódott az egy hét intenzív Workshop alatt.
13. A pályázat futamideje alatt kétszer töltöttem egy-egy hónapot a Max-Planck Matematikai Intézetben Bonnban, ill. a Bonni Egyetemen egy hónapot. Több nemzetközi konferencián vettem részt, amiken előadást is tartottam. A részbeszámolóim óta – 2012 április 1-től Sophus Lie Seminar, Luxembourg, Tallinn QQ Conference, ahol alelnök voltam, Temesvár, Esfahan (Irán), Strassbourg. Részt vettem az Arbeitstagungon Bonnban, a 6. EMS Kongresszuson Krakóban, ahol megválasztottak 4 évre az Európai Matematikai Társaság Elnökségébe. A sokrétű referáló munka mellett (cikkek, pályázatok, kinevezés) szerkesztője vagyok a Journal of Lie Theory, J. Gener. Lie Theory and Appl. és a Springer Algebra könyvsorozatának.

