

Zárójelentés a "**Mikro-kontinuumok képlékeny alakváltozása**" című OTKA kutatási témához

A kutatás eredményeinek ismertetése

A kutatások elsősorban a mikropoláris kontinuumok rugalmas-képlékeny alakváltozás modellezésében való alkalmazására vonatkoztak.

A kutatás első évében áttekintettük a mikropoláris kontinuumok különböző modelljeit és a hozzájuk kapcsolódó numerikus eljárásokat. A rugalmas-képlékeny alakváltozások leírására vonatkozó modelleket részletesebben elemeztük, de a szakirodalom áttekintését valamennyi mikro-kontinuum modellre (micropolar, microstretch, micromorphic) elvégeztük (ez közel 300 szakcikk összegyűjtését és rendszerezését jelentette).

A kis rugalmas-képlékeny mikropoláris kontinuum anyagmodellre egy új képlékenységi feltételt dolgoztunk ki, amely a Mises-féle képlékenységi feltétel általánosítását jelenti. A szakirodalomban korábban javasolt képlékenységi feltételek túlnyomó részben két dimenziós esetre voltak megadva. A javasolt új modell általános háromdimenziós esetre vonatkozik és tartalmazza a feszültségi és feszültségpár tenzorokat, valamint Lakes által bevezetett anyagjellemzőket.

Ennek az új képlékenységi feltételnek a numerikus (végelelemes) alkalmazása során, első lépésként a "klasszikus" (nem poláris) rugalmas-képlékeny anyagmodellek anyagegyenleteinek integrálásával foglalkoztunk. A konstitutív egyenletek integrálásával kapcsolatban egy - immár harminc éve nyitott - problémát sikerült megoldani. Nevezetesen, az izotrop, lineáris keményedő modellre egzakt megoldást sikerült előállítani, a Mises-féle képlékenységi feltétel esetében (**F3**). Továbbá, ennek az eredménynek a felhasználásával megadtuk a kombinált izotrop-kinematikai modellre is az egzakt megoldást (**F4**). Az alkalmazott megoldási technika a deviátoros síkban értelmezett szögjellegű változó bevezetésére épül. Ezen szög változását leíró differenciálegyenlet megoldását a nemteljes bétafüggvény felhasználásával lehet megkapni. Az eljárás a konstans alakváltozási sebességek esetén alkalmazható, amely a végelelemes eljárásokban széles körben elfogadott. Ugyanis a feszültségszámítási eljárás ("stress updating") során elfogadott közelítés, hogy az alakváltozási növekményen belül az alakváltozási sebességet állandónak tekintjük.

Hasonló egzakt integrálási módszert dolgoztunk a konstans feszültség-sebességek esetére is. Ekkor az anyagtörvényt definiáló feszültség-alakváltozás kapcsolati egyenlet inverz alakjának az alakváltozási mezőre vonatkozó megoldását állítottuk elő abban az esetben, amikor a független változó az előírt feszültségmező.

A hidrosztatikus feszültségi állapottól függő képlékeny alakváltozás esetére történő kiterjesztésre is sor került. Ez a Drucker-Prager-féle képlékenységi feltétel alkalmazását jelentette (**F1**).

Az eredményeket sikerült a mikropoláris kontinuumokra is kiterjeszteni. Ekkor a feszültség és feszültségpár tenzorokat, illetve az alakváltozási és görbületi tenzorokat egy-egy általánosított feszültség és alakváltozás tenzorral adtuk meg egyesítve. A kidolgozott egzakt integrálási eljárásban ezeket az általánosított tenzorokat alkalmazzuk, és így az algoritmus ugyanúgy használható, mint a nem poláris kontinuumok esetén. **(M1)**

A kutatás keretében az új megoldásokhoz kapcsolódó teljes körű numerikus feszültségszámítási algoritmusokat dolgoztunk ki, melyek a végeleemes számításokba történő beépítéshez szükségesek. Az egzakt feszültségszámító formulákhoz tartozó konzisztens érintőtenzorokat is előállítottuk, ami kulcsfontosságú a végeleemes számítások esetén a globális nemlineáris egyenletrendszer megoldásánál a megfelelő konvergencia biztosítása érdekében. Kutatási célú végeleemes programot dolgoztunk ki (Fortran nyelven, valamint a MATHEMATICA környezetben) a mikropoláris kontinuumok numerikus vizsgálatához. A kidolgozott numerikus módszereket az Abaqus kereskedelmi végeleemes programba is implementáltuk az UMAT (user material) felhasználói környezet segítségével **(F2, F3)**.

A kutatási eredmények hasznosításának lehetőségei.

Az újonnan előállított feszültség és alakváltozás megoldások alkalmazhatóságát, hatékonyságát számos numerikus teszt példán végzett számítások igazolják. A legfőbb előnye az újonnan közölt feszültség számító eljárásoknak, hogy a feszültségre kapott egzakt megoldásra épülnek, emiatt a numerikus számításoknál nagy pontosságot biztosítanak. Az új feszültség és alakváltozás megoldások felhasználásával referencia megoldásokat állíthatunk elő rugalmas-képlékeny számításokhoz, melyeket további numerikus eljárások tesztelésére használhatunk. A kutatási munkában kidolgozott eredmények felhasználhatóak bonyolultabb anyagmodellekhez történő egzakt megoldások előállításánál is.

A pályázat célkitűzéseinek teljesítése

A kutatási célkitűzésekben foglaltak csak részben teljesültek. A mikropoláris kontinuumok esetén csak a kis alakváltozásokra vonatkozó kutatásokkal foglalkoztunk. A véges alakváltozásokra vonatkozó kutatásokkal sajnos idő és kutatói kapacitás hiányában (a résztvevő kutatók közül egy személy 2010-ben távozott a Műszaki Mechanikai tanszékről) nem tudtunk érdemben foglalkozni. Azonban, a kis rugalmas-képlékeny alakváltozásokra vonatkozó kutatási eredmények igen hasznosnak mutatkoztak, amit a viszonylag rövid idő alatt született hivatkozások igazolnak. Valamint ebben a témában sikeres PhD. disszertáció is kidolgozásra került **(F5)**.

Megjegyzés

A véges alakváltozásokra vonatkozó, valamint a "micromorphic" kontinuumokkal kapcsolatos kutatások a jelen OTKA téma lezárása után is intenzíven folytatódnak, és várhatóan az OTKA téma keretében kapott támogatásnak (kutatási időszakban

megalapozott erőforrásoknak, kialakított szakmai kapcsolatoknak) köszönhetően, néhány további publikációra is sor kerül.

A pályázat keretében készült publikációk

Folyóiratcikkek

F1. Szabó L. and Kossa A., A new exact integration method for Drucker Prager elastoplastic models with linear isotropic hardening, *International Journal of Solids and Structures*, 49, 170-190, (2012).

F2. Kossa A. and Szabó L., Numerical implementation of a novel accurate stress integration scheme of the von Mises elastoplasticity model with combined linear hardening, *Finite Elements in Analysis and Design*, 46(5), 391-400, (2010)

F3. Szabó L., A semi-analytical integration method for J2 flow theory of plasticity with linear isotropic hardening, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 198, Issues 27-29, pp. 2151-2166, (2009)

F4. Kossa A. and Szabó L., Exact integration of the von Mises elastoplasticity model with combined linear isotropic-kinematic hardening, *International Journal of Plasticity*, 25, 1083–1106. (IF = 4,791).

F5. Kossa Attila, Exact stress integration schemes for elastoplasticity (Egzakt feszültségszámítási módszerek rugalmas-képlékeny anyagmodellekhez). PhD Disszertáció, BME Műszaki Mechanikai Tanszék, 2012.

F6. Kossa Attila, Rugalmas-képlékeny testek anyagegyenleteinek egzakt integrálási módszerei. *ÉPÍTÉS ÉPÍTÉSZETTUDOMÁNY* 37:(3-4) pp. 241-264. (2009)

F7. Gombos Á., Mikropoláris kontinuum alkalmazása a gépészeti modellezésben, *GÉP*, LX évfolyam, 1 szám, 17-23, 2009.

Konferencia előadások

K1. Kossa Attila, Szabó László, Computational aspects of the integration of von Mises elastoplasticity model with combined hardening. In: E Oñate, D R J Owen, B Suárez (szerk.) *Computational Plasticity X: Fundamentals and Applications*. Barcelona, Spanyolország, 2009.09.02-2009.09.04. Barcelona: pp. 1-4.(ISBN: 978-84-96736-69-6)

K2. Kossa Attila, Egzakt feszültségszámító eljárás a Drucker-Prager-féle rugalmas-képlékeny anyagmodellre izotrop keményedés esetén: XI. Magyar Mechanikai Konferencia (MAMEK)., 2011. augusztus 29-31., Miskolc, Magyarország. (2011)

K3. Kossa Attila, Szabó László, Exact stress update procedure for the hardening Drucker–Prager material model. Seminar at Department of Aerospace and Mechanical Engineering, University of Arizona, <http://www.ame.arizona.edu/>, 2010. szeptember 9. (2010)

Az OTKA kutatáshoz kapcsolódó publikálás alatti cikkek:

M1. Gombos Á and Szabó L, Exact stress integration of micropolar elastoplasticity at small deformation, *Mechanics Research Communications*, 2012. (submitted for publication)

M2. Szabó L. and Gombos Á., Analytical and numerical analysis of an infinite shear layer using a micropolar elastoplasticity model, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 1012. (in preparation)

A publikált cikke történt hivatkozások

F4: Rezaiee-Pajand, M., Sharifian, M. (2011)., A novel formulation for integrating nonlinear kinematic hardening Drucker–Prager’s yield condition. *European Journal of Mechanics/A Solids* 31, 163–178

F4: Brannon, R M., Leelavanichkul, S. (2010)., A multi-stage return algorithm for solving the classical damage component of constitutive models for rocks, ceramics, and other rock-like media. *International Journal of Fracture* 163, 133–149.

F3: Rezaiee-Pajand, M., Sharifian, M. (2011)., Accurate and approximate integrations of Drucker–Prager plasticity with linear isotropic and kinematic hardening, *European Journal of Mechanics/A Solids* 30, Issue 3., 345–361

F3: Becker, R. (2011)., An alternative approach to integrating plasticity relations, *International Journal of Plasticity*, 27, pp. 1224-1238.

F3, F4: Narvaez-Tovar, C.A., Lopez-Vaca, O.R., Garzon-Alvarado, D.A. (2011). Modelode endurecimiento isotrópico con esquema de integración explícita para biomateriales y su aplicación a la expansión de tendones. *Revista Cubana de Investigación es Biomédicas* 30, 104–123

F3, F4: Kaliszky S., Lógó J., Merczel D.B. (2011)., Softening and Hardening Constitutive Models and Their Application to the Analysis of Bar Structures. *Mechanics Based Design of Structures and Machines: An International Journal*, 39, 334–345.

F3: Borgqvist, E., Wallin, M. (2012)., Numerical integration of elasto-plasticity coupled to damage using a diagonal implicit Runge–Kutta integration scheme. *International Journal of Damage Mechanics*, March 5.

