

# ZÁRÓBESZÁMOLÓ

OTKA NK 72037

Témavezető: Dr. Tél Tamás

## I. Keveredés, reakciók, ülepedés és koaguláció

A szennyezések terjedése a környezetfizika alapvető problémája. Ennek hátterében a sodródás vagy keveredés alapvetően kaotikus jellege húzódik meg, mely szükségessé teszi a nemlineáris dinamika ismeretét ebben az összefüggésben is. Az áramlás és a részecskék tulajdonságainak ismeretében ezek a vizsgálatok lehetővé teszik az áramlások közben zajló reakciók, az ülepedés és a koaguláció megértését is.

### *Kaotikus sodródás*

Az akadályok jelenléte egyaránt fontos természetes áramlásokban (pl. folyókban és tavakban) és a véráramlás dinamikájában is. Topológiai érveléssel kimutattuk, hogy ha egy akadály falán van egy leválási pont, akkor az akadály mögött kell lennie egy hiperbolikus pontnak, a hozzá tartozó heteroklinikus pályával együtt. Amint az áramlás időfüggővé válik, a heteroklinikus pályák felbomlanak és a részecskemozgás kaotikussá válik. Az akadály közeli viselkedés nemhiperbolikus tulajdonságai anomális skálatulajdonságokat mutatnak [3].

A pontörvények mozgása természetes módon hoz létre kaotikus sodródást. A légkörben megfigyelhető mintázatok alaposabb megértése érdekében feltételeztük, hogy a mozgó örvények időben periodikusan eltűnnek, majd újraélednek. Az így kapott örvényrendszer mérete fokozatosan nő, kaotikussága lassan gyengül, de az általa létrehozott sodródás valóságghú, szálas részecske-eloszlást hoz létre [7].

Egy sekély tó modelljében bemutattuk, hogy a véges-méret Ljapunov-exponensek a kaotikus sodródás felismerésének hatékony eszközei. Meghatároztuk, hogyan változnak a tóban a kaotikus sodródás által generált mintázatok, ha változik a tó vízszintje, a tópart beépítettsége vagy a széljárás. Megvizsgáltuk a tóba került szennyező anyag szétterjedését is [22]. [A cikk elnyerte az Institution of Civil Engineers (ICE) 2011-es Telford-Premium-díját.]

### *Tehetetlen részecskék dinamikája*

A szennyező részecskék általában véges (de kicsiny) méretűek és ezért sebességük nem egyezik meg pontosan a közeg sebességével. Dinamikájuk ezért eltér a környező közeg viselkedésétől, melynek egyik fontos megnyilvánulása az, hogy a véges részecskék mozgása függ a teljes eltelt időtől, vagyis jelentős memóriával rendelkeznek. Erősen tehetetlen részecskék esetén a káoszt jellemző Ljapunov-exponens és szökési ráta jelentősen eltér a memória elhanyagolásával kapott értéktől. Ezért számos korábban vizsgált problémában az eddigi eredmények alapvető átértékelésére van szükség [32].

Nagyon nagy skálán a memória szerepe elhanyagolható, ekkor a tehetetlenség fő megnyilvánulása az ülepedés. Különösen fontos ez a vulkáni hamu terjedésében, mely a szél által okozott sodródás és egy véges süllyedési sebesség elérésére való törekvés eredője. Reális részecskeméreteket és sűrűségeket tekintve, globális és lokális vizsgálatot végeztünk az átlagos ülepedési időkre nézve valódi megfigyelt (reanalízis) széladatok felhasználásával.

A kapott ülepedési idő fél nap és 50 nap között változik és exponenciálisan csökken a részecskesugárral. Az izlandi Eyjafjallajökull-vulkán kitörései esetében szimulációink jól közelítik a megfigyelt felszíni vulkáni hamu eloszlását kontinensnyi léptékben, ahol ezek a megfigyelések rendelkezésre állnak [42].

Az előző témához kapcsolódóan megvizsgáltunk egy hipotézist, amely a vulkáni hamu sodródásával kapcsolatos. Egyes feltételezések szerint a hamufelhőknek van olyan méretű frakciója, amely a felhőképződés intenzitását képes növelni a vízcseppek kondenzációs magjaiként szolgálva. Másrészt a turbulens keverés során fellépő ütközéseket tekintik a felhőkben fellépő elektromos töltésmegosztás egyik fő okának. E két hatás együttesen fokozott zivatar-tevékenységet okozhat, melyet megnövekedett villámaktivitás kísérhet. A WWLLN (World Wide Lightning Location Network) adatbázis segítségével kísérletet tettünk arra, hogy a Vezúv környékén, illetve az izlandi vulkánkitörés időszakában ellenőrizzünk egy kimutatható gyakoriság-növekedést a villám statisztikai adatokban. Nem sikerült meggyőző eredményt találnunk, melynek oka lehet az észlelő hálózat eléggé alacsony határfoka, vagy az alapfeltevések nem helytálló volta [33].

Összefoglaló cikket írtunk az inerciával rendelkező részecskék kaotikus sodródásának áttekintésére [28,30].

#### *Felhő- mikrofizikai modellek*

A felhők néhány száz méteres karakterisztikus méretén a részecske által megmozgatott környező anyag impulzusváltozását leíró, ún. hozzáadott tömeg is fontos (a memória-hatás viszont még elhanyagolható).

Egy részecske-sokaságban az átlagos ülepedési sebesség nem azonos az álló közegre jellemző sebességgel, mert a közeg mozgása is befolyásolja a süllyedést. A nagyskálájú ülepedési dinamika leírható egy effektív zajt tartalmazó Fokker-Planck-egyenlettel [35].

A felhőfizikai folyamatokban az apró vízcseppek maguk is aktívan részt vesznek, ugyanis a felületükön kondenzálódó vízgőz felszabaduló látens hője "ráfüt" magára az áramlásra, befolyásolva ezzel annak tulajdonságait. Modellünkben a konvekciós áramlásba helyezett tehetetlen részecskék az áramlás bizonyos tartományában, az ún. aktív zónában visszahatnak az alapkonnekció sebességterének amplitúdójára. A visszacsatolás erősségét arányosnak választottuk az éppen az aktív zónában tartózkodó részecskék számával. Az áramlási térből kiülepedő részecskéket egy sztochasztikus zaj segítségével pumpáltuk vissza az áramlásba. A fenti folyamatok érdekes és összetett dinamikai jelenségek és mintázatok megjelenéséhez vezettek [23].

A felhőszemcsék mozgásuk során rugalmatlanul ütköznek és összeolvadhatnak, vagyis koagulálódhatnak. Később aztán széteshetnek, fragmentálódhatnak. A tehetetlen részecskék kölcsönhatását, azaz a koagulációt és fragmentációt is leíró modelljében azt tapasztaltuk, hogy egy idő után stacionárius részecskeméret-eloszlás alakul ki, Ennek típusát elsősorban a fragmentálódási mechanizmus szabja meg, a koaguláció az egyensúly beállási dinamikájában játszik fontos szerepet [6,13].

#### *Véráramlási dinamika*

Felhívtuk a figyelmet a vérben sodródó alkotóelemek kaotikus mozgásának lehetőségére. Az erek falának irregularitásai (szűkület illetve aneurizma) befolyásolják a véráramlást, és tipikusan kaotikus részecskemozgást eredményeznek. Elemeztük a kaotikus részecskemozgás hatását az érfal irregularitásaira [10,34].

## *Algavirágzás tengerekben*

Az algavirágzást előidéző fizikai és biológiai hatások kutatása a tengeri ökológia egyik kulcskérdése. Mivel az áramló közegben zajló biológiai folyamatok reakcióknak is tekinthetők, ezzel a megközelítéssel a vizes közegekben lezajló fizikai és biológiai folyamatok kapcsolata sikeresen tanulmányozható. Egy egyszerű plankton-dinamikai modellt segítségével megmutattuk, hogy a horizontális keverés kis megváltozása előidézhetheti a fitoplankton biomassza hirtelen (ugrásszerű) megváltozását. Modellünkben a fitoplankton dinamikáját a logisztikus növekedés és konstans predációs nyomás határozza meg. E modell bizonyos eltartóképeség mellett bistabil dinamikához vezet. Mivel esetünkben az eltartóképeség térben heterogén, a keverés és a biológiai dinamika időskálája határozza meg az átlagos teljes plankton produkciót, így ezen időskálák kis megváltozása (pl. a vízszintes keverés erősségének változása miatt) előidézhetheti a fitoplankton-sűrűség hirtelen növekedését. A részecskeszemléletű modell és a hagyományos térbeli modell viselkedésének összehasonlítása alapján megállapítottuk, hogy az algavirágzás indukálásában a kis skálájú transzport folyamatoknak is fontos szerepe van [18].

A véráramlás dinamikáját összehasonlítottuk az óceáni algavirágzással. A két jelenség hasonlóságaira alapozva megállapítható, hogy a kaotikus sodródás felbukkanása nagymértékben skálafüggetlen, igen kicsi és igen nagy méreteken is nagyon fontos szerepet játszik. Ennek oka, hogy a sodródási jelenségekben megjelenő szálak, gyakran fraktál struktúrák szerkezetüknél fogva méretskálától független viselkedést mutatnak [19].

## **II. Rétegzett és forgatott közegek áramlásának kísérleti vizsgálata.**

A környezeti hidrodinamikának a mérnöki áramlástanból való alapvető eltérése annak tulajdonítható, hogy az előzőben a közeg rétegzettség és a forgásból adódó Coriolis-erő is rendszerint fontos szerepet játszik. Földünk nagy léptékű légköri és óceáni jelenségeinek jobb megértésében a laboratóriumi kísérletek s a numerikus szimulációk kitűnően kiegészítik egymást. Egyfelől, a kísérletek olyan finom részleteket is megmutathatnak, melyeket a numerikus eljárások elhanyagolnak, másfelől azonban a szimulációk lehetővé teszik olyan összetett folyamatok feltárását is, melyek nem skálázhatók le megfelelően a laboratóriumi mérettartományra. A környezeti áramlástan kísérletek döntő fontosságúak azért is, mert – olyan esetekben, melyeknél a leskálasítás lehetséges – a numerikus eredmények megfelelő validációját szolgáltatják. Az ELTE Kármán Környezeti Áramlások Laboratóriuma megfelelő kutatási háttérrel biztosít az ilyen vizsgálatokhoz.

### *A rétegzettség hatása*

A környezetével megegyező sűrűségű részecskék esését és függőleges irányú rezgéseit vizsgálva azt tapasztaltuk, hogy a rezgések nagyon lassan csengenek le, frekvenciájuk gyakorlatilag a Brunt-Vaisala-frekvencia. A hosszú idejű fluktuációk hatvány-függvény szerint változnak. Ennek kitevőjét  $-3/2$ -nek találtuk, mely a rétegzett közegbeli turbulencia megfelelő kitevőjével egyezik meg. Ez arra utal, hogy a részecskék a beejtése során keltett belső hullámok megtörése során képződött turbulencia gerjeszti [2].

A rétegzett közegek érdekes példáját jelentik azon két-komponensű folyadék-rendszerek, melyeknek sűrűség-hőmérséklet görbéi alacsony hőmérsékleten metszik egymást. Ekkor a hőmérséklet függvényében két stabil konfiguráció létezik, és a rendszerben létrehozható egy periodikus fel és leszálló cseppekből álló "láva-lámpa". Egy ilyen rendszert sikerült laboratóriumban megvalósítani, és a periodikus dinamikai tartományt feltérképezni [11].

[Sajtó visszhang: 29. September 2009: InsideScience.org, „Lava And The Lamp”, 01. October 2009: American Physical Society (www.aps.org), Latest News, 01. October 2009: Minnesota Post, „Do lava lamps and actual lava share similar characteristics?”, 14. October 2009: PHYSORG.com, by Lauren Schenkman, Inside Science.]

Kísérleteket és numerikus szimulációkat végeztünk (ez utóbbi részt már publikáltuk) egy érdekes hipotézis ellenőrzésére: vajon hozzájárulhat-e a globális óceáni köráramlat fenntartásához az a tény, hogy a két legfontosabb mélyvíz formáló zónában (az Atlanti-óceán északi és déli peremén, a sarkvidékek közelében) a tengerfenék anomálishan magas hőmérsékletű (ún. „hot spot” van jelen), azaz a Föld mélyéből érkező hőfluxus sokkal nagyobb, mint a környéken. A vizsgálatok alátámasztották, hogy a fenék gyenge hőmérsékleti anomáliája egyértelműen erősíti a mélységi vízképződését, intenzívebb konvekciós folyamatokat alakít ki [37].

### *Rétegzettség és forgatás együttes hatása*

Kísérleteket folytatunk a forgatott fűtött edényben kialakuló geosztrofikus turbulenciában a szennyezések terjedésének megértésére. A terjedés szálas, fraktál alakzatok mentén történik, s időbeli szétterjedése anomális diffúziós folyamat. Vizsgáltuk, hogy a szennyezés körbeérési ideje az edényben hogyan függ a fűtés erősségétől. A troposzférára jellemző keveredési folyamatokat vizsgáltuk szimulációk segítségével, reanalízis szélmezőket használva. A két rendszer igen hasonló viselkedést mutat a globális statisztikákat összehasonlítva. A szimulációk során sikerült kimutatni a Batchelor-skálázás léghőri jelenlétét, ami korábban csak csúcstechnikával felszerelt laboratóriumokban történt meg [26,43].

## **III. Éghajlati adatbankok statisztikus elemzése, megújuló energia**

Egy sor tanulmány alapja a globális szélmező viselkedésével kapcsolatos. Ma már sok évtized adatai is hozzáférhetők az ún. reanalízis adatbankokban. Ezekben meteorológiai mérések alapján globális lefedettséget lehetett elérni olyan módon, hogy a hiányosan reprezentált területek fölött (pl. a sarkvidékek, Szibéria belső területei, vagy a nagy sivatagok) a napi előrejelzésekhez is használt mozgásegyenletek megoldásával kiegészítették az értékeket. Egy ilyen szélmező-adatbázis a legkülönbözőbb célokra használható, becslést lehet adni pl. szélturbinák által előállított energia mennyiségére (ebben hazánk igen rosszul áll), vagy éppen az I. szakaszban tárgyalt vulkáni hamufelhő terjedésére.

### *A szélerő-potenciál vizsgálata*

Megvizsgáltuk azt az elképzelt helyzetet, mikor egy nagyfogyasztó (egy termelő üzem) pillanatnyi villamos-áram igényét kizárólag egy szélerőmű-farm igyekszik biztosítani, melynek 1 éves teljes termelése megegyezik az 1 éves teljes szükséglettel. Az összehasonlításhoz valódi, nagy időbeli felbontású (15 perces) mért adatokat használtunk fel, melyek két távoli szélerőműből, és a fogyasztótól származtak. A várakozásnak megfelelően a szélerő intermittens jellege miatt az ellátás minősége katasztrofális szintre esett vissza, a szükséges energia az év alig egyharmadában állt rendelkezésre [5,16].

Modelltanulmányokat végeztünk az európai földrész feletti globális széladatok (ECMWF, ERA-40) segítségével annak vizsgálatára, hogy az egyre nagyobb területről történő szélerő integrálás egyre „simább”, egyre kevésbé intermittens energiatermelést tesz lehetővé. A várakozásokkal ellentétben eredményeink arra utalnak, hogy Európa egész területe is kevés ehhez, minden talpalatnyi területre telepített hipotetikus szélturbina hálózat

sem akadályozza meg, hogy nyaranta (ám előrejelezhetetlen időpontban) egy blokkoló anticiklon lényegében lenullázza a légáramlást, anomálishan alacsony energiatermelést (a névérték 3-5 %-a) okozva [4].

Az ezt követő munkában a reanalízis széladatokat hasonlítottuk össze valódi turbina mérésekkel. Ennek jelentősége abban rejlik, hogy megfelelő kalibráció esetén sokkal pontosabb becsléseket lehetne kapni a valódi szélenergia-potenciálról. További adatok segítségével szeretnénk vizsgálni, hogy milyen erős a földrajzi függés és a mikroklíma hatása a kétféle módon meghatározott széladatok korreláltságára [17].

Ismeretterjesztő cikkekben foglalkoztunk az emberiség előtt álló nagy kérdéssel, ami az alternatív energiahordozókra történő átállással kapcsolatos. Ebben a témában rengeteg hibás adat, szám, téveszme nehezíti a tájékozódást, ezért célunk a pontos, fizikai alapokon nyugvó összehasonlító elemzések minél szélesebb körben történő terjesztése [14,36].

#### *Nemegyensúlyi fluktuációk statisztikus analízise*

Időtükrozesi szimmetriát sértő ingadozási jelenségek teljesen általánosnak tekinthetők az egyensúlytól távoli, disszipatív rendszerekben, mint amilyen a globális atmoszféra. A nemegyensúlyi statisztikus mechanika nagy léptekkel fejlődik, ám egyenlőre olyan mennyiségek állnak a leírások fókuszában, mint pl. az „entrópia-produkció”, ami ugyan hasznos elméleti alapozást nyújt, ám bármilyen valós rendszerben a mérése nagyon komplikált. Éppen ezért egy kapcsolódó munkánkban hőmérsékleti- és teljes ózon-oszlop anomália idősorok globális feldolgozása révén kíséreltünk meg időtükrözési szimmetriát sértő, ám sokkal egyszerűbben meghatározható mennyiségeket azonosítani, és kvantitatív módon jellemezni. Mindkét paraméter esetén a leghasznosabb mennyiségnek bizonyult a változások statisztikájából kinyerhető aszimmetria hányados, ugyanis a napi növekmények illetve csökkenések földrajzi helytől is függően eltérő tulajdonságokkal rendelkeznek: ha egy adott irányban a változás átlagos nagysága eltér az ellenkező előjelű átlagtól, akkor ezt kompenzálja a lépések számában jól mérhető eltérés, ami végső soron közel stacionárius, ám szimmetria sértő ingadozásokhoz vezet [29].

Statisztikai és idősor-analitikai eszközökkel vizsgáltuk a Több Évtizedes Észak Atlanti Oszcillációnak nevezett tengerfelszín hőmérséklet-ingadozásokat. Az empirikus analízis igen erősen azt sugallja, hogy nem is biztos egy stabil oszcillációs módus jelenléte (az eredeti motiváció éppen az volt, hogy numerikus módszerekkel igen ellentmondó eredmények adódtak). Párhuzamosan laboratóriumi kísérleteket is kezdtünk, ennek eredményei hamarosan közlésre készen állnak [38].

## **IV. Hosszúidejű klímaváltozás: zaj és fizikai folyamatok.**

A klímaváltozással kapcsolatos megfontolások számos új fogalmat vetnek fel az elméleti fizika keretein belül is. Ilyenek például az extrém eseményeket leíró ún. extrém-érték statisztikák, a bizonytalanságok, a zaj hatásának helyes megbecslése és a klímamodellek megbízhatóságának vizsgálata.

#### *Extrém-érték statisztikák*

Az extrém-érték statisztikák jelentősége megnőtt az utóbbi években, mivel a természeti jelenségekben előforduló extrém események, amelyeknek sokszor komolyabb anyagi következményei is vannak, mind a tudományos, mind pedig a mindennapi érdeklődés

középpontjába kerültek. Az extrém-érték statisztikák tudományos igényű alkalmazásának azonban sok buktatója van. Egyrészt a gyakran használt, független változókra vonatkozó határeloszlásoknak igen nagy véges méret korrekciói vannak, másrészt a természetben előforduló, nagy fluktuációkat mutató idősorok a változók erős korrelációira utalnak, s korrelált változókra kevés a jól megalapozott eredmény. A fenti problémákat segítő, mi két irányban dolgoztunk, s a következő eredményeket értük el.

A renormálási-csoport módszer alkalmazásával az extrém statisztikák véges-méret problémáinak általunk előzőleg tárgyalt általános kérdésein túl, most létrehoztunk egy praktikusán használható "képtárat" a független, azonos eloszlással rendelkező, véletlen változók határeloszlásaira. Meghatároztuk a véges-méret alakkorrekciókat, s receptet adtunk arra, hogyan származtatható az alakkorrekció a határeloszlásból [21].

Korrelált idősorok extrém tulajdonságaival kapcsolatban bővítettük a vizsgált mennyiségek körét. Az extrém értékeken túl a klimatikus jelenségekben jelentőséggel bírnak közel extrém események és azok statisztikája. Ezért meghatároztuk a sorrend statisztikát az  $1/f^\alpha$  teljesítményspektrummal rendelkező idősorokban. A kapott eredmények összehasonlítása természeti idősorokkal (pl. szélesség extrémumok) jelenleg folyik. Egy érdekes mellékterméke a kutatásnak, hogy a sorrend statisztikák spektruma megegyezik az egydimenziós hatvány alakú potenciálokban megjelenő kvantum mechanikai energiaspektrumokkal [39].

#### *A zaj-indukált káosz*

A klímamodellek megértésében fontos szerepet játszik az ún. zaj-indukált káosz, ami akkor következik be, ha a zajmentes esetben csak egyszerű attraktor létezik, de ezzel párhuzamosan jelen van a káosz, de csak véges élettartamú, tranziens formában. Ilyenkor már gyenge zaj is permanensen kaotikussá, azaz előrejelezhetetlenné teheti a jelenséget. Megvizsgáltuk, hogy a zaj erősségét növelve, milyen módon jelenik meg a káosz, s erre egyszerű skálázást találtunk [31].

Időben random módon változó 2-dimenziós folyadékáramba szórt láthatóvá tett könnyű szemcsék sokasága tipikusan fraktál alakzatokat rajzol ki, melyek az időben folyamatosan változnak. Az ilyen fraktálokról készített pillanatfelvételekre mint 'snapshot attraktorra' szokás hivatkozni a dinamikai rendszerek kontextusában. Ezt a fogalmat is alkalmaztuk a zaj-indukált káosz megértésére.

Egy érdekes korábbi matematikai eredmény, hogy bár a snapshot attraktorok geometriája az időben folyamatosan változik, a fraktáldimenzió konstans. A snapshot attraktor fejlődését követve viszont a dimenzió numerikus értékei nagy fluktuációkat mutatnak, mely a trajektóriák véges számosságára vezethető vissza. Munkánk során azt találtuk, hogy a fluktuáció intenzitása robusztus, a trajektóriák számának növelésével alig csökkenthető. Arra is fény derült, hogy a fraktál snapshot attraktorok építőköveit képezik annak a stacionárius elmosott attraktornak, melyet egyetlen hosszú trajektóriával képezhetünk [41].

#### *Paleoklíma*

A rekonstruált paleoklimatológiai hőmérséklet adatsorok időben gyors felmelegedésekről, majd fokozatos lehülésekről tanúskodnak. Vannak, akik az ún. stochasztikus rezonancia jelenségével magyarázták a hirtelen éghajlatváltozásokat. Ebben a hirtelen felmelegedési és lehülési fázisok időben szimmetrikusak, eltérően a hőmérséklet adatsorok fűrészfogszerű változásaitól. Ezen hiányosság kiküszöbölésére olyan modellt konstruáltunk, melyben a

potenciál egy időfüggő, küszöbdinamikávat követő tényezővel bővül, amelynek viselkedését egy segédegyenlet definiálja. Ezen tényező bevezetését a nemlineáris sarki jégtömegdinamika motiválja. A tényező időfüggésében fellépő memória-idő a külső hajtás memória-idejéhez viszonyított értéke szerint a modell többféle hőmérsékleti dinamikát ad, melyek között megtalálható a megfigyelésekkel összhangban lévő aszimmetrikus alak is [24].

### *Gerjesztett klímamodellek*

A klímadinamikát külső hatások pl. a Nap besugárzása mindig befolyásolják. Új felismerés, hogy mivel nem ismerjük a klímarendszer pontos kezdőfeltételeit, és a paramétereket sem, a klímát egy konkrét időpontban, mint az összes lehetséges kezdeti állapotból induló állapotok sokaságát jellemezhetjük. A klíma pillanatnyi lehetséges állapotainak összessége tehát *nem más, mint egy snapshot attraktor*. A zaj-indukált káosz kapcsán szerzett ismereteink tehát alkalmazhatók gerjesztett klímamodellek dinamikájának mélyebb megértésére.

Ennek érdekében egy egyszerű, időfüggetlen modellt, Lorenz 1984-es globális légköri cirkulációt jellemző modelljét tekintettük. Ebben a 3-dimenziós fázistérben a közepes szélességi körön átlagolt változók feszítik ki: a nyugati szél sebessége, és ciklonikus örvények koszinuszos és szinuszos alap-módusának amplitúdói. Külső gerjesztésként a felszínre érő hősugárzást nagyságát választottuk, amit többek között a felhőképződés változatos dinamikája indokolhat. Ezt a gerjesztést kaotikus jellegűnek tételeztük fel, konkrétan, a standard Lorenz-modell jelével vettük arányosnak. A fraktál snapshot attraktorok létezése a fázistérben ilyenkor is ahhoz köthető, hogy az őket alkotó trajektória-sokaság minden egyes tagjára ugyanaz a külső gerjesztés hat [40].

Érdekes vizsgálni a gerjesztés hatását az extrém események gyakoriságára és nagyságára. A zavarást sztochasztikus folyamat helyett – mint újdonság – kaotikus jellel modelleztük, mely ezért egy rá jellemző időskálával rendelkezik. Vizsgálataink során azt találtuk, hogy az extrém események mértéke – és általában a variabilitás – akkor a legnagyobb, amikor a gerjesztett és az eredeti klímadinamika valamely jellemző időskálája összemérhető. Ez a tény arra int, hogy előrejelzésre használt klímamodellekben különös körültekintéssel kell modelleznünk a modellparaméterek bizonytalanságát.

## **V. Egyéb**

### *Poincaré-visszatérések*

A zárt konzervatív rendszerekben szükségszerűen bekövetkező Poincaré-visszatérések a statisztikus fizika klasszikus problémáját jelentik. Mesterségesen felnyitott rendszerekben kiszökés tapasztalható. A két jelenséget sikerült összekapcsolnunk azzal, hogy a visszatérési tartományt és a lyukat *azonosnak* választjuk a fázistérben. Kimutattuk, hogy ekkor a visszatérési idők eloszlását jellemző lecsengési exponens és a kiszökési dinamikát meghatározó szökési ráta *azonos*. Megfelelő kezdőfeltételt választva a visszatérési idők és a kiszökési idő teljes statisztikája is megegyezővé válik [12].

### *Kaotikus égi mechanika*

A bolygók és a körülöttük keringő holdak spontán szinkronizálódásának megértésére egyszerű modellt vezettünk be, melyben a holdat egy csillapított rugó két végén elhelyezkedő tömegpont modellezi. A csillapítás képviseli a holdban létrejövő árapály-hatást, s ezzel a dinamika disszipatívává válik. Elegendő hosszú idő után a kaotikus tranziensek kihalnak, s

azt tapasztaljuk, hogy a hold általában a bolygó felé néző (1:1 rezonancia) konfigurációban állapodik meg, miközben közelebb is kerül a bolygóhoz [1,27].

Az égi mechanika egyik klasszikus háromtestproblémájában, a Sztinyikov-problémában vizsgáltuk az általános relativitáselméletből adódó első korrekciók hatását (az ún. posztnewtoni közelítést). A jelenséget jellemző paraméter a gravitációs sugár. Ez adja meg a probléma alapját képező kettősrendszer pericentrum precesszióját, de jelentősen befolyásolja a kis test fázistérbeli térképét is. A gravitációs sugár változtatásával a rendszer számos új bifurkáción megy keresztül. A kiszökési dinamikát jellemző szökési ráta nő a sugár növekedésével, és reális tartományban akár a klasszikus érték kétszerese is lehet [44].

### *Csapadékképződés*

Kísérletileg és elméletileg megvizsgáltuk a mintázatok tervezésének és előállításának egyik alapproblémáját, a reakciófrontokban a mozgás irányára merőleges síkban megjelenő spontán mintázatok durvulását. A kísérletekben NaOH diffundált  $AlCl_3$ -al átítatott gélbe, s mivel a  $Al(OH)_3$  csapadék gyorsan feloldódott és így csak a front tartományában létezett, könnyen megfigyelhető és vizsgálható volt. A mintázatokról kiderült, hogy önhasznók és jellegzetes hosszúságskálájuk az idő  $1/2$ -ik hatványával nő. Az eredményeket elméletileg is reprodukáltuk, s ez lehetőséget adott arra, hogy meghatározzuk, hogy milyen körülmények között válik problémássá a frontok mozgásra merőleges instabilitása [9].

### *Populáció-dinamika*

A halászat, ill. túlhalászat vízi élőközösségre kifejtett hatása az ökológiai és természetvédelem egy központi kérdése. Messze nem ismert például, hogy a halászati terhelés milyen topológiai és dinamikai tulajdonságú táplálékhálózatokban okoz könnyebben rezsimváltást. Ezt a kérdést vizsgáltuk egyszerű topológiájú táplálékhálózati modellekben. Megmutattuk, hogy a túlhalászat, a táplálékhálózat topológiai tulajdonságai és a dinamikai paraméterek együttesen határozzák meg a rezsimváltás esélyét. Tehát a halászati hatások vizsgálatához komplex táplálékhálózati modellek használata szükséges [8].

### *Tranziens káosz*

Angol nyelvű monográfia született a tranziens káosz jelenségéről (mely a pályázat számos pontján amúgy is jelentős szerepet kapott). Mintegy harminc év kutatási eredményeit foglaltuk össze, az elméleti háttér bemutatása mellett különös tekintettel a lehetséges alkalmazásokra. Ezek köre az optikai mikrolézerektől, az elektromos hálózatok kiesésein keresztül, a tér és időbeli káoszig és a csöbéli turbulenciáig terjed [45].

**Megjegyzés:** a „Közlemények” rovatban tévesen szerepel három korábban felkerült tétel [15,20,25]. Ezek törlésére a honlap (érthetetlen módon) nem ad lehetőséget. Ebben a beszámolóban rájuk természetesen nem hivatkoztunk.