

# Műszaki informatikai problémákhoz kapcsolódó diszkrét matematikai modellek vizsgálata

OTKA T-49613  
2005–2008.

Vezető kutató: Tuza Zsolt  
MTA SzTAKI

Zárójelentés

# A kutatás eredményeit összefoglaló szakmai beszámoló

## A kutatás célja

Kutatásainkban olyan, elsősorban kombinatorikus jellegű problémákkal kívántunk foglalkozni, amelyek a műszaki informatikában felmerült kérdésekhez kapcsolódnak; ezen belül hangsúlyosan is a domináló halmazokkal, gráfszínezésekkel, a „vegyes hipergráfok” elméletével, valamint on-line ütemezési problémákkal.

Az elért eredmények között több olyan is van, ami régóta nyitott problémát old meg; a domináló halmazokra illetve a hipergráfokra sikerült két- ill. három és fél évtizede megoldatlan kérdéseket eldöntenünk.

A pályázat Publikációs Tervében összesen mintegy 25-30 lektorált nemzetközi publikációt terveztünk. Ezt végül lényegében duplán teljesítettük: jelen sorok írásának időpontjáig megjelent 24 cikk, nyomtatás alatt áll 9, közlésre elfogadott 3, és további 18 közlemény publikációja van folyamatban, csekély számú kivételtől eltekintve ez utóbbiak is nemzetközi folyóiratokban fognak megjelenni. Mivel ezek impakt faktorait még nem ismerjük, az adatbázisba jelenleg nem tudjuk a hozzájuk tartozó számokat feltölteni.

## Új ismeretek és eljárások

### I. Hipergráfok partíciói

Hipergráfok színezéseit az 1960-as évektől kezdve vizsgálták, kezdetben főként a gráfszínezések általánosításaiként, azzal a feltétellel, hogy a hipergráf partíciójában semelyik csúcsoztag nem tartalmazhat élt. Mintegy 10 évvel később Berge és Sterboul más irányból közelítve azt írta elő, hogy minden élnek kell tartalmaznia legalább két elemet egyazon osztályból. Az 1990-es évek közepén Voloshin új dimenziót nyitott az elméletben, a két feltétel kombinációjának bevezetésével. Az így kapott ún. „vegyes hipergráfok” igen sok problémát képesek modellezni, és egyúttal számos váratlan és meglepő tulajdonsággal rendelkeznek.

Kutatásaink során erre a struktúraosztályra vonatkozóan megoldottunk egy sor olyan problémát, amelyek hosszabb ideje nyitottak voltak. Megítélésünk szerint ezek közül kiemelkedő fontosságú az az aszimptotikusan pontos becslés, amelyben képletet adtunk egy  $n$ -elemű alaphalmaz olyan  $k$ -asokból álló halmazrendszerének minimális méretére, amelyek minden  $k$ -osztályú partíciót „kereszteznek” (abban az értelemben, hogy a halmazrendszernek legalább egy tagja a partíció mindegyik osztályát metszi). A probléma fontosságát jelzi, hogy különféle motivációkkal és egymástól függetlenül szerzők sora vetette fel (Sterboul 1973, Arrocha et al. 1992, Voloshin 1995), továbbá hogy az ehhez kapcsolódó fogalom a gráfok (hálózatok) összefüggőségének egyik közvetlen általánosításaként is felfogható, és egyúttal blokkrendszerekhez valamint Turán-típusú problémákhoz is szorosan köthető. (Még a  $k=3$  speciális eset is egészen 2006-ig megoldatlan volt, 4-nél nagyobb értékekre pedig mostanáig még nem triviális konstrukciók sem jelentek meg.)

A fogalomhoz tartozó szélsőérték-tulajdonságnak (C-perfektség) fák részfáira vonatkozó karakterizálásával megoldottuk Voloshin 1995-ös sejtését. Módszerünk elvezet egy polinom idejű algoritmushoz, amely tetszőlegesen megadott „hiperfa” (körmentes hálózat felett konstruált halmazrendszer) inputhoz hatékonyan megtalál vagy egy optimális csúcspartíciót, vagy egy olyan részfát, amelyben könnyen ellenőrizhetően nem létezik a szélsőérték-tulajdonságnak eleget tevő

optimális partíció. Az ilyen kimenetű algoritmus létezése azért nagyon meglepő, mert mindkét tulajdonság ellenőrzése külön-külön NP-nehéz; nem sok hasonló példa ismeretes mostanáig. Meghatároztuk továbbá az  $r$ -uniform vegyes hipergráfok lehetséges színszámhalmazait, ami természetesen adódó alapvető kérdés; valamint az analóg problémát az úgynevezett uniform bihipergráfok osztályára is megoldottuk.

Vizsgáltuk az egyértelműen partícionálható struktúrákat is, amelyek két részosztályának azonosító algoritmusaira bizonyítottunk komplexitási eredményeket. Közülük az egyik jó karakterizációt és hatékony algoritmust eredményez, a másik pedig (egyértelműen színezhető sorrendű hipergráfokra) az előzetes várakozásokkal ellentétben NP-teljességet mutat ki. Választadtunk emellett egy további, szintén 1995 óta nyitott kérdésre, amely a „kromatikus inverzió” (a hipergráf-osztály két korlátozó feltevésének – vagyis az egyszínű ill. teljesen tarkára színezett halmaz tiltásának – felcserélése) operációjának a partícionálhatóságra gyakorolt hatását célozza. Leírtunk egy olyan hipergráf-osztályt, amelyen a feladat NP-nehéz, tagjainak kromatikus inverzióján azonban polinom idejű algoritmust tudunk megadni.

Kombinatorikus konfigurációkra vizsgálva a fenti paramétereket, a véges síkok maximális partícióira is erős (a harmadik rendű tag erejéig pontos) becslést adtunk, amivel szintén egy, az 1990-es évek közepe óta nyitott problémát oldottunk meg. Rögzített (de azon belül tetszőleges) blokkméretű Steiner rendszerekre pedig logaritmikus növekedésű felső korlátot bizonyítottunk a csúcsszám függvényében, ami konstans szorzó erejéig pontos, amennyiben léteznek adott blokkméretű beágyazott blokkrendszerek.

A fentiek mellett a modellt tovább bővítettük, az egyes éleken megjelenő színek számának valamint a rajtuk előforduló leggyakoribb szín multiplicitásának korlátozásával („color-bounded” / „stably bounded” hypergraphs). Cikksorozatban megkezdjük az ilyen rendszerek szisztematikus vizsgálatát strukturális és algoritmikus szempontból egyaránt. Egyes tulajdonságokra igazoltuk, hogy az általánosabb modellben is érvényben maradnak; mások azonban hierarchikusan elhelyezkedő részosztályokra vezetnek, egyrészt a halmazrendszer struktúrájától, másrészt a korlátozások típusától függően. A szűkebb („color-bounded”) osztályon azt is kimutattuk, hogy a megegyező topológiájú alaphálózatok felett megadott halmazrendszerek felbonthatósági problémája lineáris futási idejű algoritmusokkal kezelhető és egy garantált univerzális korlát alatt maradó partíció hatékonyan megtalálható.

Bár a fenti vizsgálatok elméleti jellegűek, érdemes szólnunk néhány szót a gyakorlati motivációról is. 2002-ben megjelent monográfiájában Voloshin a vegyes hipergráfok számos alkalmazását említette, Král’ pedig 2007-ben kimutatta, hogy alkalmasak egy egész sor gráfszínezési probléma leírására. Az általunk bevezetett modell ezen is túlmegegyez, például igen áttekinthető módon fogalmazható meg benne a csatornakiosztási probléma. Mérnök-informatikusokkal folytatott konzultációink során nemrég az is kiderült, hogy általánosan az erőforrás-allokáció és kiemelten a hibátűrő rendszerek területén számtalan olyan probléma van, amelynek szükséges volna megvizsgálni a kapcsolatát a kiterjesztett modellel. Ennek még csak az elején járunk, de úgy tűnik, fontos összefüggésekre derülhet fény.

#### Publikációk:

— Bacsó G., Bujtás Cs., Tuza Zs., Voloshin V.: New challenges in the theory of hypergraph coloring. Proceedings of ICDM'08, International Conference on Discrete Mathematics, Mysore, India, pp. 67-78, 2008. (invited paper)

— Bacsó G., Bujtás Cs., Tuza Zs., Voloshin V.: Hypergraph coloring: New kinds of problems. Midsummer Combinatorial Workshop, Praha, 2008, to appear in 2009. (in print)

— Bacsó G., Tuza Zs.: Upper chromatic number of finite projective planes. Journal of Combinatorial Designs 16 (3), 221-230, 2008.

— Bujtás Cs., Tuza Zs.: Mixed colorings of hypergraphs. Electronic Notes in Discrete Mathematics 24, 273-275, 2006.

— Bujtás Cs., Tuza Zs.: Orderings of uniquely colorable hypergraphs. Discrete Applied Mathematics 155 (11), 1395-1407, 2007.

— Bujtás Cs., Tuza Zs.: Color-bounded hypergraphs. III. Model comparison. Applicable Analysis and Discrete Mathematics 1 (1), 36-55, 2007.

- Bujtás Cs., Tuza Zs.: Uniform mixed hypergraphs: The possible numbers of colors. *Graphs and Combinatorics* 24 (1), 1-12, 2008.
- Bujtás Cs., Tuza Zs.: Color-bounded hypergraphs, I: General results. *Discrete Mathematics*, doi:10.1016/j.disc.2008.04.019 (in print)
- Bujtás Cs., Tuza Zs.: Color-bounded hypergraphs, II: Interval hypergraphs and hypertrees. *Discrete Mathematics*, doi:10.1016/j.disc.2008.10.023 (in print)
- Bujtás Cs., Tuza Zs.: Coloring intervals with four types of constraints. *Proceedings of the Sixth Japanese-Hungarian Symposium on Discrete Mathematics and Its Applications* (accepted)
- Bujtás Cs., Tuza Zs.: Smallest set-transversals of  $k$ -partitions. (in review)
- Bujtás Cs., Tuza Zs.: Voloshin's conjecture for  $C$ -perfect hypertrees. (in review)
- Bujtás Cs., Tuza Zs.:  $C$ -perfect hypergraphs. (in review)
- Bujtás Cs., Tuza Zs.: Color-bounded hypergraphs, IV: Stable colorings of hypertrees. (in review)
- Bujtás Cs., Tuza Zs., Voloshin V.: Color-bounded hypergraphs, V: Host graphs and subdivisions. (to be submitted soon)
- Hegyháti M., Tuza Zs.: Colorability of mixed hypergraphs and their chromatic inversion. (to be submitted soon)
- Milazzo L., Tuza Zs.: A class of Steiner systems  $S(2,4,v)$  with arcs of extremal size. *Tatra Mountains Mathematical Publications* 36, 153-162, 2007.
- Milazzo L., Tuza Zs.: Logarithmic upper bound for the upper chromatic number of  $S(t,t+1,v)$  systems. *Ars Combinatoria* 92, 2009 (in print)
- Tuza Zs., Voloshin V.: Problems and results on colorings of mixed hypergraphs. *Horizon of Combinatorics*, Bolyai Society Mathematical Studies Vol. 17, Springer-Verlag, 235-255, 2008

## II. Gráfszínezések

A listaszínezések témájában – amely a frekvenciakiosztási probléma szempontjából is fontos – új aspektusból történő vizsgálatot kezdeményeztünk. Ebben a „game chromatic number” gráfinvariánsnak listákra vonatkozó analógiát vezettük be, amelynek egyik interpretációja a frekvenciák garantált kioszthatósága, nem kooperatív partner mellett. Teljes strukturális jellemzését adtuk azoknak a gráfoknak (hálózatoknak), amelyekben a szóban forgó probléma megoldhatósághoz elegendőek a 2-elemű listák. Vizsgáltuk továbbá a színezhetőségre nézve kritikus listák elrendezéseit. Érdekes jelenség, hogy egyazon gráf számos listahosszúság mellett lehet egyidejűleg kritikus.

A listaszínezések kapcsolata Hall klasszikus tételével kezdettől fogva ismert volt, és a gráfok Hall-számát is sokan vizsgálták. Erre vonatkozóan meghatároztuk, milyen mértékben változhat ennek a paraméternek az értéke elemi gráftranszformációk (pl. él vagy csúcs elhagyása) során. Meglepő módon igen nagy ugrások állhatnak elő. Jellemeztük a szélsőértéket megvalósító esetek struktúráját is.

Chartrand és társszerzői nemrégiben vezették be a „rainbow connection” fogalmát, hálózatbiztonsági kérdések által motiválva, nevezetesen hogy milyen protokoll szerint továbbítható minősített információ egy hálózat különböző felhasználók által kezelt, jelszóval védett csatornáin keresztül. A csatornákhöz rendelt színek az egyes felhasználókat jelölik, és a cél ezek minimalizálása. Komplexitási és extrémális eredményeket bizonyítottunk.

Vizsgáltunk továbbá olyan összefüggéseket, amelyek gráfok és halmazrendszerek tulajdonságait kapcsolják össze a színezések kontextusában. Több eredményt bizonyítottunk gráfok maximális teljes részgráfjainak hipergráfjára, köztük egy minimax tételt a hiperélekbe bemetsző többi hiperél lokális lefogásának optimalitására vonatkozóan.

### Publikációk:

- Bacsó G.: Perfectly orderable graphs and unique colorability. *Applicable Analysis and Discrete Mathematics* 1 (2), 415-419, 2007.
- Bacsó G., Tuza Zs.: The cost chromatic number and hypergraph parameters. *Discussiones Mathematicae Graph Theory* 26 (3), 369-376, 2006
- Bacsó G., Tuza Zs.: Clique-transversal sets and weak 2-colorings in graphs of small maximum degree. (in review)
- Bujtás Cs., Sampathkumar E., Tuza Zs.: 3-consecutive  $C$ -colorings of graphs. (to be submitted soon)

- Borowiecki M., Sidorowicz E., Tuza Zs.: Game list colouring of graphs. *Electronic Journal of Combinatorics* 14 (1), R26, 11 pp., 2007.
- Caro Y., Lev A., Roditty Y., Tuza Zs., Yuster R.: On rainbow connection. *Electronic Journal of Combinatorics* 15 (1), #R57, 13 pp., 2008.
- Chartrand G., Okamoto F., Tuza Zs., Zhang P.: A note on graphs with prescribed complete coloring numbers. *Journal of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing* (accepted)
- Le V. B., Tuza Zs.: Finding optimal rainbow connection is hard. (in review)
- Matos Camacho S., Schiermeyer I., Tuza Zs.: Approximation algorithms for the minimum rainbow subgraph problem. (in review)
- Milici S., Quattrocchi G., Tuza Zs.:  $G$ -designs without blocking sets. (in review)
- Stiebitz M., Tuza Zs., Voigt M.: On list critical graphs. *Discrete Mathematics*, doi: 10.1016/j.disc.2008.05.021 (in print)
- Tuza Zs.: Extremal jumps of the Hall number. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 28, 83-89, 2007.
- Tuza Zs.: Hall number for list colorings of graphs: Extremal results. (in review)

### III. Domináló halmazok

Összefüggő hálózatoknak olyan „domináló” részeit keressük, amelyekből a hálózat összes többi eleme is közvetlenül – egy lépésben – elérhető. Ezirányú legfontosabb eredményeinkben azt a mintegy 20 év óta nyitott kérdést válaszoltuk meg, hogy milyen tulajdonságnak kell teljesülnie egy (véges) hálózatban, ha minden összefüggő részében van előírt típusú domináló rész. Ehhez a jellemzéshez két módszert dolgoztunk ki, és teljes általánosságban megadtuk a választ minden olyan esetre, amikor csak összefüggő domináló részek vannak megengedve. Elméleti szempontból az is érdekes kérdés, hogy mi marad érvényben végtelen hálózatokra is. Erre vonatkozóan nem biztos, hogy egyáltalán várható hasonlóan általános megoldás, azonban bizonyos részeredményeket ebben az irányban is elértünk.

Olyan részek minimális méretére adtunk optimális becsléseket, amelyek a hálózat minden, ki nem választott elemének szomszédai közül legalább egy adott százaléknit tartalmaznak, megoldva ezzel német szerzőknek egy 2004-ben felvetett problémáját. Vizsgáltuk továbbá olyan részek méretének összegét, amelyekből egy több részre bontott hálózat részei külön-külön adott távolságon belül elérhetők.

Általánosabban, halmazrendszerek domináló részeire vonatkozóan mindeddig igen kevés eredmény jelent meg. Előkészületben lévő cikkünkben több (főként Acharya által korábban publikált) problémát oldunk meg. Egyikük a domináló halmazpárokra vonatkozó, a nevezetes Nordhaus–Gaddum tételnek megfelelő összefüggés, ami a jelen tárgykör első ilyen típusú eredménye.

#### Publikációk:

- Bacsó G.: Complete description of forbidden subgraphs in the structural domination problem. *Discrete Mathematics*, <http://dx.doi.org/10.1016/j.disc.2008.05.053> (in print)
- Bacsó G., Jung H. A., Tuza Zs.: Infinite vs. finite graph domination. (in review)
- Bibin K. Jose, Tuza Zs.: Stable sets and domination in hypergraphs. (to be submitted soon)
- Frendrup A., Tuza Zs., Vestergaard P. D.: Distance domination in partitioned graphs. (to be submitted soon)
- Tuza Zs.: Hereditary domination in graphs: Characterization with forbidden induced subgraphs. *SIAM Journal on Discrete Mathematics* 22 (3), 849-853, 2008.
- Tuza Zs.: Highly connected counterexamples to a conjecture on  $a$ -domination. *Discussiones Mathematicae Graph Theory* 25 (3), 435–440, 2005

### IV. További gráfpartícionálási kérdések

Ebben az irányban főleg komplexitási eredményeket bizonyítottunk. Olyan csúcspartíciók létezését vizsgáltuk, amelyekben minden csúcsnak legalább (más feladatokban pedig legfeljebb) egy előírt számú szomszédja van a saját osztályában. Számos ilyen problémáról kimutattuk, hogy

nem approximálható 1-hez tartó pontossággal polinom időben, ha  $P \neq NP$ , másfelől viszont polinom idejű  $c$ -approximációkat adtunk alkalmasan választott  $c$  konstansokkal. Például, gráfok legnagyobb vágásainak problémájára a harmadfokú gráfokon  $6/5$ -approximációs kombinatorikus algoritmust adtunk. Hasonló módszerekkel az eddigi rekord  $5/4$  volt, ami több mint 20 éven át tartotta magát. (A szemidefinit programozást használó, ennél jobb közelítés elérő algoritmus futási ideje lényegesen rosszabb.)

Olyan partíciókat is vizsgáltunk, amelyeknek megadott méretű összefüggő részekből kell állniuk. Körmentes összefüggő gráfok (fák) esetében jellemzést adtunk arra, hogy mikor létezik felbontás az összes lehetséges méretsorozathoz. Amikor azonban maga a felbontandó gráf az input, már igen egyszerű esetek is NP-nehéz, sőt APX-nehéz problémákra vezetnek.

#### Publikációk:

- Bazgan C., Couëtoux B., Tuza Zs.: Covering a graph with a constrained forest. (in review)
- Bazgan C., Tuza Zs.: Combinatorial  $5/6$ -approximation of Max Cut in graphs of maximum degree 3. *Journal of Discrete Algorithms* 6 (3), 510-519, 2008.
- Bazgan C., Tuza Zs., Vanderpooten D.: Approximation of satisfactory bisection problems. *Journal of Computer and System Sciences* 74 (5), 875-883, 2008.
- Bazgan C., Tuza Zs., Vanderpooten D.: Satisfactory graph partitions and their generalizations. (in review)
- Hangos K. M., Tuza Zs., Yeo A.: Some complexity problems on Single Input Double Output controllers. *Discrete Applied Mathematics*, doi:10.1016/j.dam.2008.03.028 (in print)
- Horňák M., Tuza Zs., Woźniak M.: On-line arbitrarily vertex decomposable trees. *Discrete Applied Mathematics* 155 (11), 1420-1429, 2007.

## V. On-line ütemezés

On-line algoritmusok hatékonyságának egyik hagyományosan használt mérőszáma az ún. versenyképességi arány, ami az algoritmus által a „legnehezebben kezelhető” inputokra szolgáltatott megoldásokat hasonlítja össze az elvi optimummal. A teljesen on-line feladatokhoz képest sok esetben reálisabbak azok a modellek, amelyekben rendelkezünk részleges információval a várható inputsorozatra vonatkozóan. Kétdéges ütemezésre megmutattuk, hogy bizonyos feltételek mellett a félig on-line feladatra bizonyíthatóan jobb versenyképességi arány érhető el, mint a teljesen on-line esetben. Eltérő sebességű gépeket is vizsgáltunk, és a sebességek hányadosának függvényében – két rövid intervallumtól eltekintve – olyan algoritmusokat terveztünk, amelyeknek általánosan garantálható (a legrosszabb megengedett inputra vonatkozó) versenyképessége optimális. A hatékonyság elemzésére egy geometriai módszert is kidolgoztunk, ennek alkalmazhatósága nem korlátozódik a kétdéges feladatra.

#### Publikációk:

- Angelelli E., Speranza M. G., Tuza Zs.: New bounds and algorithms for on-line scheduling: two identical processors, known sum and upper bound on the tasks. *Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science* 8 (1), 1-15, 2006.
- Angelelli E., Speranza M. G., Tuza Zs.: Semi-online scheduling on two uniform processors. *Theoretical Computer Science* 393 (1-3), 211-219, 2008.
- Angelelli E., Speranza M. G., Szoldatics J., Tuza Zs.: Geometric representation for semi on-line scheduling on uniform processors. *Optimization Methods and Software* (accepted)
- Dósa Gy., Speranza M. G., Tuza Zs.: Two uniform machines with nearly equal speeds: Competitive ratio of semi on-line scheduling. (in review)

## VI. Egyéb hálózatelméleti problémák

Keresési problémákkal kapcsolatban olyan új módszert dolgoztunk ki, amely a nyerő stratégia elérését – amennyiben az létezik – a matematikai értelemben vett diszkrét rendszereknek egy tág osztályán (lokálisan véges pozíciós játékok) úgy teszi lehetővé, hogy ehhez mindössze lineáris

méretű memóriára van szükség. (Összehasonlításul: már egészen egyszerűnek látszó szabályok mellett is gyakran előfordul, hogy a nyerő stratégia létezését eldönteni PSPACE-teljes feladat, ami akár exponenciális nagyságú memóriaigényt is jelenthet.) A nyerő stratégiák elméletében ez egy teljesen új megközelítést jelent.

Tanulmányoztuk hálózatok más típusú bejárési lehetőségeit is. Többek között egy halmazrendszeres feltételek melletti körüljárásra vonatkozóan javítottunk meg mások régebbi extrémális eredményeit, ehhez blokkrendszereket alkalmaztunk. Továbbá könyvfejezetben tárgyaltuk az optikai hálózatok, bioinformatika és adatbányászat néhány friss eredményét és a hozzájuk kapcsolódó nyitott problémákat.

#### Publikációk:

- Böhme Th., Göring F., Tuza Zs., Unger H.: Learning of winning strategies for terminal games with linear-size memory. *International Journal of Game Theory*, doi: 10.1007/s00182-008-0142-5 (in print)
- Deogun J. S., Tuza Zs.: Graph-theoretic methods and recent applications in computer science. *Formal Methods in Computing* (M. Ferenczi et al., eds.), Akadémiai Kiadó, 55-96, 2005.
- Dominich S., Skrop A., Tuza Zs.: Formal theory of connectionist web retrieval, *Soft Computing in Web Information Retrieval: Techniques and Applications. Studies in Fuzziness and Soft Computing Vol. 197*, Springer-Verlag, pp. 163-194, 2006.
- Fernandez de la Vega W., Tuza Zs.: Groupies in random graphs. *Information Processing Letters* 109 (7), 339-340, 2009.
- Novák Á. B., Tuza Zs.: Extending the spatial relational model PLA to represent trees. *Intelligent Engineering Systems and Computational Cybernetics* (Teneiro Machado J. A., Pátkai B., eds.), Springer-Verlag, ISBN: 978-1-4020-8677-9 (in print)
- Tuza Zs.: Steiner systems and large non-Hamiltonian hypergraphs. *Le Matematiche LXI* (Fasc. I), 179-183, 2006.

## A kutatási téma további lehetséges irányai, az eredmények felhasználásának, hasznosításának lehetőségei

A fentebb részletezett, szerteágazó témákban számos további feltáratlan kérdés rejlik, strukturális és algoritmikus szempontból egyaránt. Eredményeink felhasználhatóak az alapkutatásban, egyetemi oktatásban és PhD képzésben, továbbá a megtervezett algoritmusok informatikai feladatok megoldásában is hasznosak lehetnek. Beszámolónk I. témájának második része pedig egészen új kutatási terület, ebben mindenképpen további jelentős előrehaladás várható. A műszaki informatikában való alkalmazási lehetőségeinek feltárása izgalmas és messzire vezető irány lehet.

## Eltérés a szerződésben felsorolt személyektől

Amint az aktuális részjelentésben indokoltuk, Schneider János (aki az eredeti pályázatban sem szerepelt, csak a 2005-ös szerződésben) letett a PhD fokozat megszerzésének tervéről és nem végez kutatásokat. Ez a személyi változás nem érintette a projekt végrehajtását.

Dátum: 2009. február 27.

Tuza Zsolt  
témavezető